ANALYSE CINEMATIQUE D'UN SYSTEME MECANIQUE

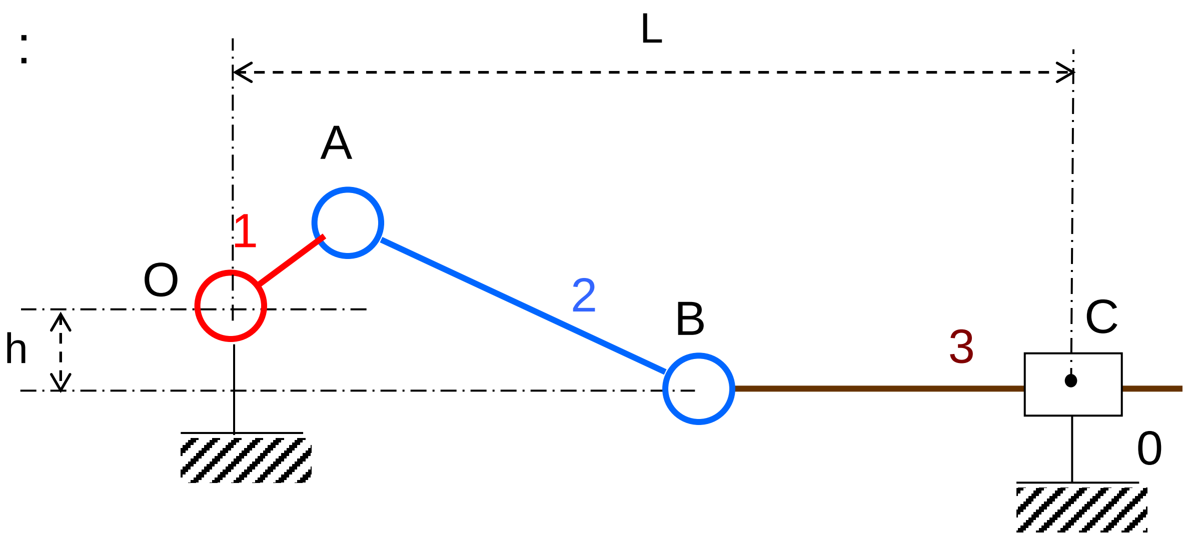
SYSTEME BIELLE-MANIVELLE

Présentation

Un moteur fait tourner l'arbre 1 autour de O (ω connu).

Le piston 3 a alors un mouvement de translation alternatif qui permet d'aspirer puis refouler un fluide.

Schéma cinématique :

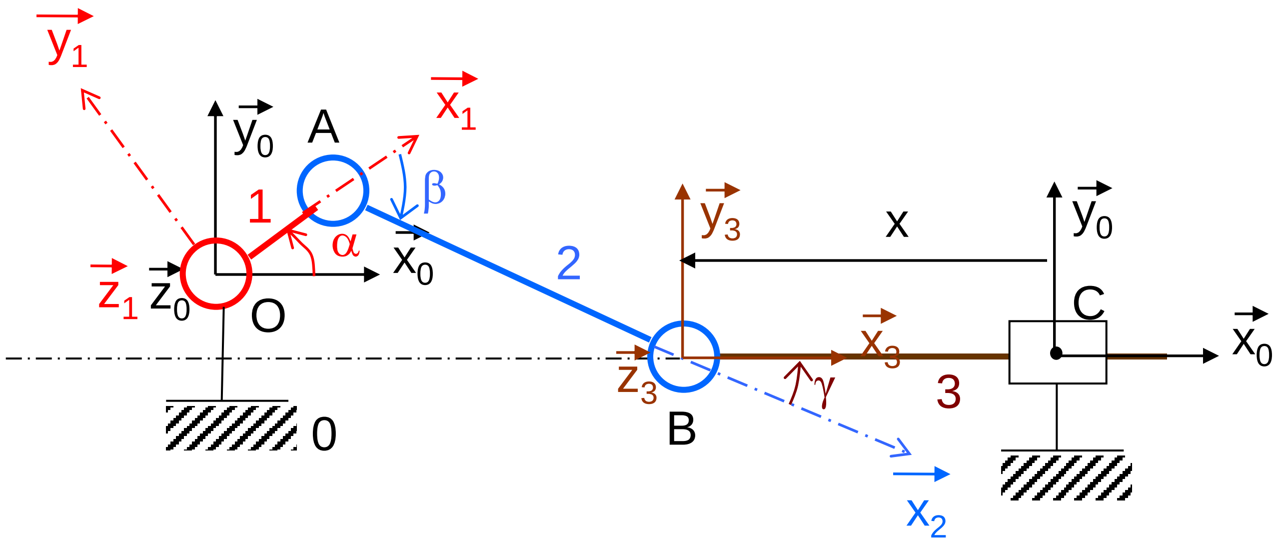


Posons: OA = a (excentration arbre d'entrée)

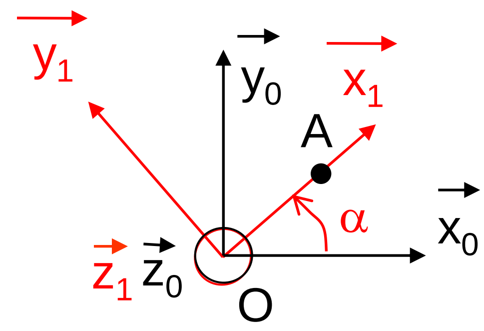
AB = b (longueur bielle)

h et L : distances fixes sur le bâti 0

Paramétrage positions

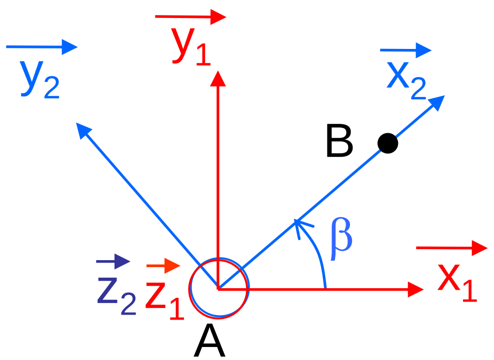


Position 1/0

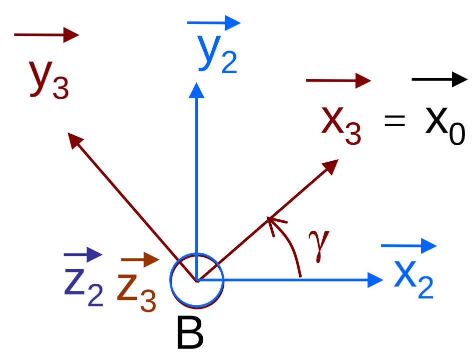


$\alpha = \omega.t$

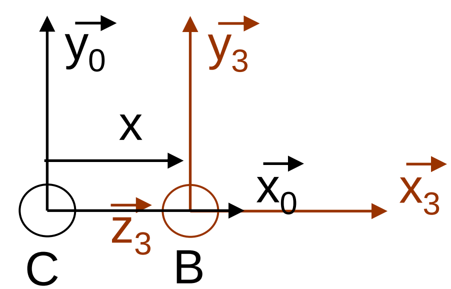
Position 2/1



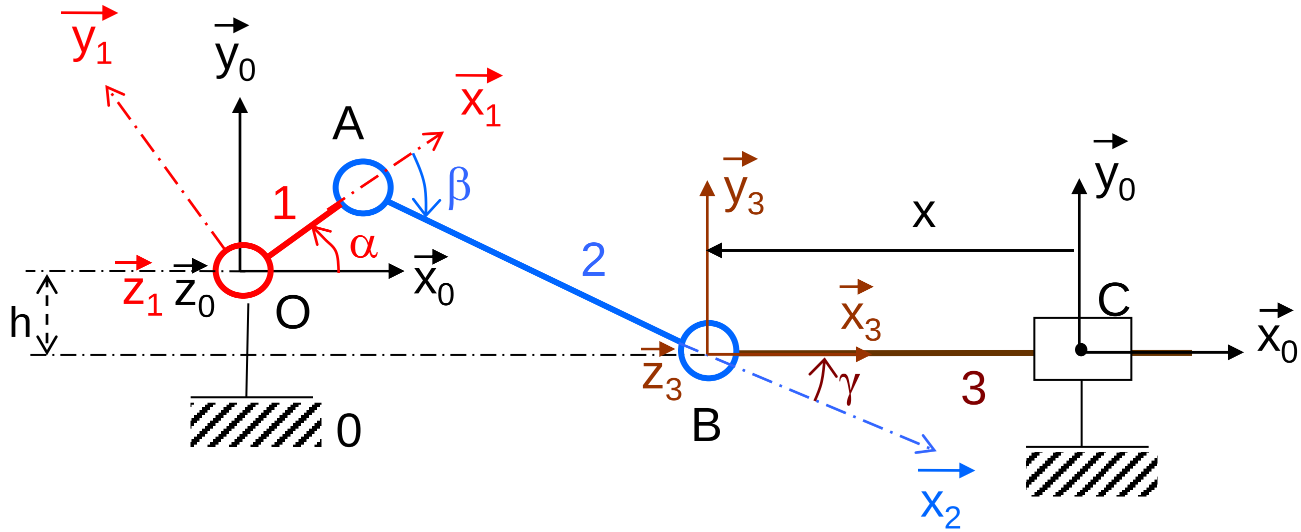
Position 3/2



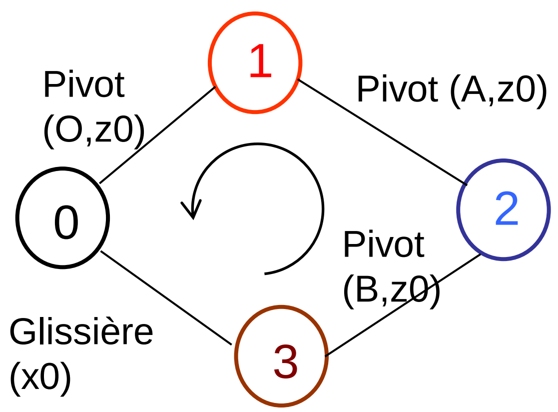
Position 3/0



Analyse cinématique globale



Graphe de liaisons



Composition des mouvements

$$\left\{\mathcal{V}_{3/0}\right\}_A = \left\{\mathcal{V}_{3/2}\right\}_A + \left\{\mathcal{V}_{2/1}\right\}_A + \left\{\mathcal{V}_{1/0}\right\}_A$$

choix d’un point unique d’écriture des torseurs

Analyse cinématique du système bielle manivelle

Torseurs cinématiques

$$\left\{\mathcal{V}_{1/0}\right\}_O = \left\{\begin{matrix}\dot{\alpha}\,.\,\vec{z}_0 \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_O$$

$$\left\{\mathcal{V}_{2/1}\right\}_A = \left\{\begin{matrix}\dot{\beta}\,.\,\vec{z}_0 \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_A$$

$$\left\{\mathcal{V}_{3/2}\right\}_B = \left\{\begin{matrix}\dot{\gamma}\,.\,\vec{z}_0 \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_B$$

$$\left\{\mathcal{V}_{3/0}\right\}_C = \left\{\begin{matrix}\vec{0} \\ \dot{x}.\vec{x}_0\end{matrix}\right\}_C$$

Changement de point

$$\overrightarrow{V_{A\,1/0}} = \overrightarrow{V_{O\,1/0}} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}} \wedge \overrightarrow{OA}$$

$$= \dot{\alpha}\,\vec{z}_0 \;\Lambda\; a\,\vec{x}_1$$

$$= a.\dot{\alpha}.\vec{y}_1$$

$$= \dot{x}.\vec{x}_0 + 0 \wedge CA$$

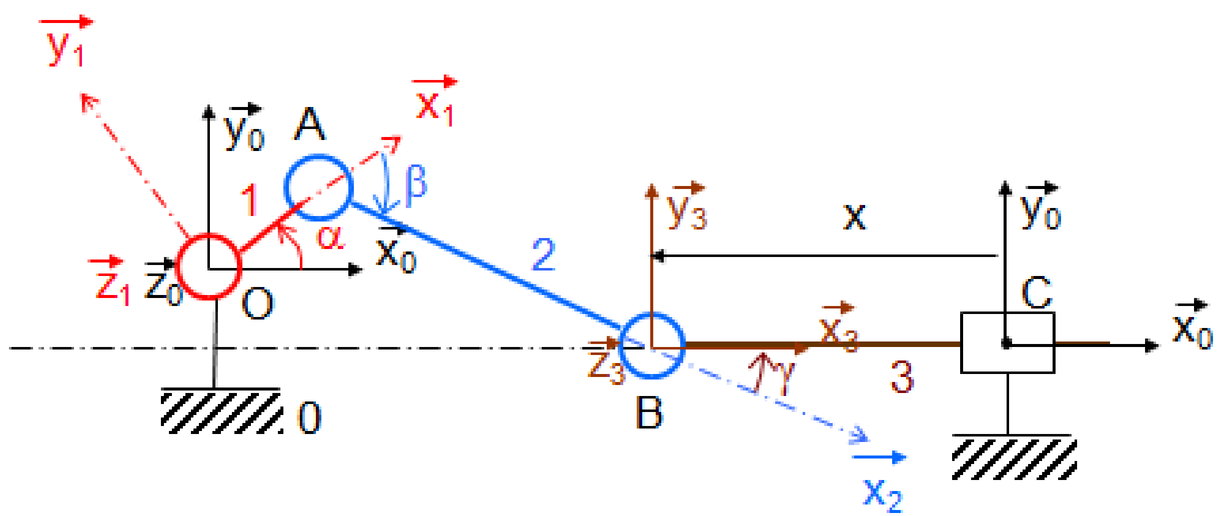
$$= \dot{x}.\vec{x}_0$$

Torseurs cinématiques au point commun

$$\left\{\mathcal{V}_{1/0}\right\}_A = \left\{\begin{matrix}\dot{\alpha}\,.\,\vec{z}_0 \\ a.\dot{\alpha}.\vec{y}_1\end{matrix}\right\}_A$$

$$\left\{\mathcal{V}_{2/1}\right\}_A = \left\{\begin{matrix}\dot{\beta}\,.\,\vec{z}_0 \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_A$$

$$\left\{\mathcal{V}_{3/0}\right\}_A = \left\{\begin{matrix} \\ x.x_0\end{matrix}\right\}_A$$

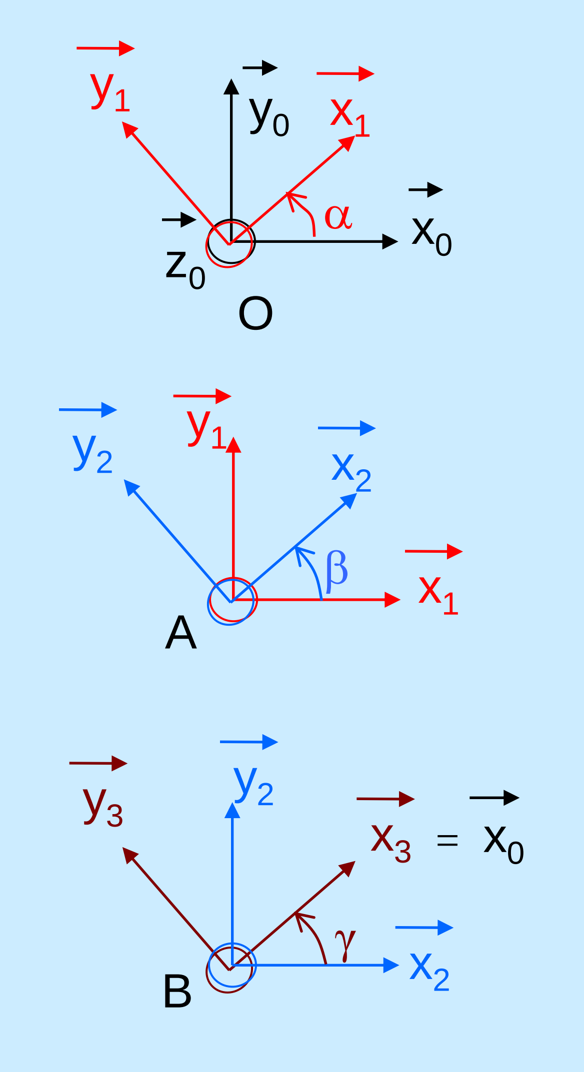


3. Composition des mouvements

$$\left\{\mathcal{V}_{3/0}\right\}_A = \left\{\mathcal{V}_{3/2}\right\}_A + \left\{\mathcal{V}_{2/1}\right\}_A + \left\{\mathcal{V}_{1/0}\right\}_A$$

$$\mathbf{0} = \dot{\gamma}\,.\,\vec{z}_0 + \dot{\beta}\,.\,\vec{z}_0 + \dot{\alpha}\,.\,\vec{z}_0 \qquad (1)$$

$$\dot{x}\,.\vec{x}_0 = -\,b.\dot{\gamma}.\vec{y}_2 + a.\dot{\alpha}.\vec{y}_1 \qquad (2)$$



(1) sur x_0 $\quad \mathbf{0 + 0 + 0 = 0}$

(1) sur y_0 $\quad \mathbf{0 + 0 + 0 = 0}$

(1) sur z_0 $\quad \dot{\gamma} + \dot{\beta} + \dot{\alpha} = \mathbf{0}$

(2) sur x_0 $\quad b\,\dot{\gamma}\sin\gamma + a\,\dot{\alpha}\sin\alpha + \dot{x} = 0$

(2) sur y_0 $\quad -\,b\,\dot{\gamma}\cos\gamma + a\,\dot{\alpha}\cos\alpha = 0$

(2) sur z_0 $\quad \mathbf{0 + 0 + 0 = 0}$

4. Bilan

$$0 + 0 + 0 = 0$$

$$0 + 0 + 0 = 0$$

$$\dot{\gamma} + \dot{\beta} + \dot{\alpha} = 0$$

$$b\,\dot{\gamma}\sin\gamma + a\,\dot{\alpha}\sin\alpha + \dot{x} = 0$$

$$- b\,\dot{\gamma}\cos\gamma + a\,\dot{\alpha}\cos\alpha = 0$$

$$0 + 0 + 0 = 0$$

4 inconnues cinématiques:

$\dot{\gamma}$, $\dot{\beta}$, $\dot{\alpha}$ et $\dot{x}$

Rang du système : 3

(nb d'éq. significatives indépendantes)

Il faut se fixer 1 inc. ciném. pour pouvoir en déduire les autres de manière unique (degré mobilité = 1)

$$\boxed{m_c = I_c - r_c}$$

5. Résolution

En se fixant $\omega = \dot{\alpha}$, alors :

$$\dot{\gamma} = a\,\dot{\alpha}\cos\alpha / b\cos\gamma$$

$$\dot{\beta} = -\dot{\alpha} - a\,\dot{\alpha}\cos\alpha / b\cos\gamma$$

$$\dot{x} = -b\,(a\,\dot{\alpha}\cos\alpha / b\cos\gamma)\sin\gamma - a\,\dot{\alpha}\sin\alpha$$

Pour une position donnée (c-a-d pour α, β et γ donnés) on peut déterminer tous les mouvements en fonction du mouvement moteur.