

	Révisions IPT	
		- Correction

Partie 1 : Etude théorique

Question 1: En écrivant une fermeture géométrique projetée dans la base $\mathbf{0}$, montrer que

$$\begin{cases} \cos(\theta_{21} + \theta_{10}) = -\frac{L_1}{L_2} \cos \theta_{10} \\ \sin(\theta_{21} + \theta_{10}) = \frac{\lambda_{30}}{L_2} - \frac{L_1}{L_2} \sin \theta_{10} \end{cases}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$$

$$L_1 \vec{x}_1 + L_2 \vec{x}_2 - \lambda_{30} \vec{y}_0 = \vec{0}$$

$$\begin{cases} L_1 \cos \theta_{10} + L_2 \cos(\theta_{21} + \theta_{10}) = 0 \\ L_1 \sin \theta_{10} + L_2 \sin(\theta_{21} + \theta_{10}) - \lambda_{30} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(\theta_{21} + \theta_{10}) = -\frac{L_1}{L_2} \cos \theta_{10} \\ \sin(\theta_{21} + \theta_{10}) = \frac{\lambda_{30} - L_1 \sin \theta_{10}}{L_2} \end{cases}$$

Expression de λ_{30} :

$$\sin(\theta_{21} + \theta_{10}) = \pm \sqrt{1 - \cos^2(\theta_{21} + \theta_{10})} = \pm \sqrt{1 - \left[\frac{L_1}{L_2}\right]^2 \cos^2 \theta_{10}}$$

$$\sin(\theta_{21} + \theta_{10}) = \pm \frac{1}{L_2} \sqrt{L_2^2 - L_1^2 \cos^2 \theta_{10}}$$

$$\lambda_{30} = L_1 \sin \theta_{10} \pm \sqrt{L_2^2 - L_1^2 \cos^2 \theta_{10}}$$

$$\lambda_{30} = L_1 \sin \theta_{10} - \sqrt{L_2^2 - L_1^2 \cos^2 \theta_{10}}$$

Simplification :

$$\begin{cases} \cos(\theta_{21} + \theta_{10}) = -\frac{L_1}{L_2} \cos \theta_{10} \\ \sin(\theta_{21} + \theta_{10}) = -\frac{\sqrt{L_2^2 - L_1^2 \cos^2 \theta_{10}}}{L_2} \end{cases}$$

Question 2: En remarquant que $\sin(\theta_{21} + \theta_{10}) < 0$ si $L_1 \neq L_2$, déterminer l'expression de θ_{21} en fonction de θ_{10} et des longueurs L_1 et L_2

$$\sin(\theta_{21} + \theta_{10}) < 0$$

$$\theta_{21} + \theta_{10} = -\cos^{-1}\left(-\frac{L_1}{L_2} \cos \theta_{10}\right)$$

$$\theta_{21} = -\theta_{10} - \cos^{-1}\left(-\frac{L_1}{L_2} \cos \theta_{10}\right)$$

	Révisions IPT	
		- Correction

Question 3: En écrivant une fermeture cinématique en B projetée dans la base 0, montrer que le système linéaire liant les différentes vitesses dans les liaisons s'écrit comme suit

$$\begin{cases} R_{32} + R_{21} + R_{10} = 0 \\ -L_1 \sin \theta_{10} R_{10} + L_2 \sin(\theta_{21} + \theta_{10}) R_{32} = 0 \\ V_{03} + L_1 \cos \theta_{10} R_{10} - L_2 \cos(\theta_{21} + \theta_{10}) R_{32} = 0 \end{cases}$$

$\{\mathcal{V}_{32}\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ R_{32} & 0 \end{pmatrix}_C^{\mathfrak{B}_0} = \begin{pmatrix} R_{32} \vec{z}_0 \\ -L_2 R_{32} \vec{y}_2 \end{pmatrix}_B$	$\vec{V}(B, 3/2) = \vec{V}(C, 3/2) + \vec{BC} \wedge \vec{\Omega}_{32} \\ = L_2 \vec{x}_2 \wedge R_{32} \vec{z}_2 = -L_2 R_{32} \vec{y}_2$
$\{\mathcal{V}_{21}\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ R_{21} & 0 \end{pmatrix}_B^{\mathfrak{B}_0} = \begin{pmatrix} R_{21} \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{pmatrix}_B$	
$\{\mathcal{V}_{10}\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ R_{10} & 0 \end{pmatrix}_A^{\mathfrak{B}_0} = \begin{pmatrix} R_{10} \vec{z}_0 \\ L_1 R_{10} \vec{y}_1 \end{pmatrix}_B$	$\vec{V}(B, 1/0) = \vec{V}(A, 1/0) + \vec{BA} \wedge \vec{\Omega}_{10} \\ = -L_1 \vec{x}_1 \wedge R_{10} \vec{z}_1 = L_1 R_{10} \vec{y}_1$
$\{\mathcal{V}_{03}\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & V_{03} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_B^{\mathfrak{B}_0} = \begin{pmatrix} \vec{0} \\ V_{03} \vec{y}_0 \end{pmatrix}_B$	

$$\{\mathcal{V}_{32}\} + \{\mathcal{V}_{21}\} + \{\mathcal{V}_{10}\} + \{\mathcal{V}_{03}\} = \{0\}$$

$$\begin{pmatrix} R_{32} \vec{z}_0 \\ -L_2 R_{32} \vec{y}_2 \end{pmatrix}_B + \begin{pmatrix} R_{21} \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{pmatrix}_B + \begin{pmatrix} R_{10} \vec{z}_0 \\ L_1 R_{10} \vec{y}_1 \end{pmatrix}_B + \begin{pmatrix} \vec{0} \\ V_{03} \vec{y}_0 \end{pmatrix}_B = \{0\}$$

$$\begin{pmatrix} (R_{32} + R_{21} + R_{10}) \vec{z}_0 \\ V_{03} \vec{y}_0 + L_1 R_{10} \vec{y}_1 - L_2 R_{32} \vec{y}_2 \end{pmatrix}_B = \begin{pmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} R_{32} + R_{21} + R_{10} = 0 \\ -L_1 \sin \theta_{10} R_{10} + L_2 \sin(\theta_{21} + \theta_{10}) R_{32} = 0 \\ V_{03} + L_1 \cos \theta_{10} R_{10} - L_2 \cos(\theta_{21} + \theta_{10}) R_{32} = 0 \end{cases}$$

	Révisions IPT	
		- Correction

On propose le vecteur C tel que :

$$C = \begin{bmatrix} R_{10} \\ R_{32} \\ R_{21} \\ V_{03} \end{bmatrix}$$

Question 4: Proposer la matrice cinématique K_c telle que le système s'écrive sous la forme : $K_c C = O$ où O est un vecteur nul

$$\begin{cases} R_{32} + R_{21} + R_{10} = 0 \\ -L_1 \sin \theta_{10} R_{10} + L_2 \sin(\theta_{21} + \theta_{10}) R_{32} = 0 \\ V_{03} + L_1 \cos \theta_{10} R_{10} - L_2 \cos(\theta_{21} + \theta_{10}) R_{32} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ -L_1 \sin \theta_{10} & L_2 \sin(\theta_{21} + \theta_{10}) & 0 & 0 \\ L_1 \cos \theta_{10} & -L_2 \cos(\theta_{21} + \theta_{10}) & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{10} \\ R_{32} \\ R_{21} \\ V_{03} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$K_c C = O$$

$$K_c = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ -L_1 \sin \theta_{10} & L_2 \sin(\theta_{21} + \theta_{10}) & 0 & 0 \\ L_1 \cos \theta_{10} & -L_2 \cos(\theta_{21} + \theta_{10}) & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

On impose la vitesse de rotation R_{10} et on définit le vecteur U tel que :

$$U = \begin{bmatrix} R_{32} \\ R_{21} \\ V_{03} \end{bmatrix}$$

Question 5: Modifier le système et le mettre sous la forme $KU = F$ avec F un vecteur dépendant de R_{10} et de la géométrie

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ L_2 \sin(\theta_{21} + \theta_{10}) & 0 & 0 \\ -L_2 \cos(\theta_{21} + \theta_{10}) & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{32} \\ R_{21} \\ V_{03} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_{10} \\ L_1 \sin \theta_{10} R_{10} \\ -L_1 \cos \theta_{10} R_{10} \end{bmatrix}$$

Partie 2 : Résolution numérique

Conclusion

Question 6: Justifier le choix d'un rapport r aux alentours de 3 dans les moteurs

Plus r est petit, moins le moteur est encombrant.

A partir de 3, l'accélération parasite disparaît, et qui dit accélération dit force, et donc vibrations